

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет



Р.А. Бостанов

04 июля 2023 г.

Рабочая программа дисциплины

Современная алгебра

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки:

44.04.01 Педагогическое образование

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) программы:

Математическое образование

Квалификация выпускника

магистр

Форма обучения

Заочная, очно-заочная

Год начала подготовки - 2022

(по учебному плану)

Карачаевск, 2023

Составитель: канд. физ-мат. наук, доцент кафедры алгебры и геометрии Кубекова Б.С.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) программы: «Математическое образование», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018, № 126, учебным планом, основной профессиональной образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) программы: «Математическое образование», локальными актами КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии на 2023-2024 уч. год.

Протокол № 10 от 30.06. 2023 г.

Заведующий кафедрой, канд. пед. наук, доцент



Гербеков Х.А.

Содержание

1. Наименование дисциплины (модуля).....	4
2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	5
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	6
6. Образовательные технологии.....	9
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	10
7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций	10
7.2. Типовые контрольные задания или иные учебно-методические материалы, необходимые для оценивания степени сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины	11
7.2.1. Типовые задания к контрольным работам	11
7.2.2. Примерные вопросы к итоговой аттестации (экзамен)	12
7.2.3. Комплект тестов для проверки знаний обучающихся	14
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)	17
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	17
9.1. Методические рекомендации по освоению лекционного материала, подготовке к лекциям	18
9.2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям.....	19
10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)	19
10.1. Общесистемные требования.....	19
10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	20
10.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.	20
10.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы	20
11. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	21
12. Лист регистрации изменений	22

1. Наименование дисциплины (модуля)

СОВРЕМЕННАЯ АЛГЕБРА

Целью изучения дисциплины является: формирование знаний, умений и навыков, а также личностных качеств, обеспечивающих: понимание обучающимися тенденций развития современной алгебры, перспективных проблем научных исследований в сфере образования.

Для достижения цели ставятся задачи:

- изучить понятийный аппарат, необходимый для изучения дисциплины;
- овладеть фундаментальными методами современной алгебры;
- усвоить алгебраический язык, который связывает алгебру и другие фундаментальные предметы, которые изучаются в магистратуре;
- усвоить некоторые методические приемы, которые будут использоваться в последующей работе;
- получить знания из области алгебры необходимые для дальнейшего самостоятельного приложения основных алгебраических методов к разработке научных проблем и задач из области профессиональной деятельности.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ПООП/ ООП	Индикаторы достижения компетенций	Декомпозиция компетенций (результаты обучения) в соответствии с установленными индикаторами
ПК-2	Способен анализировать результаты научных исследований, применять их при решении конкретных научно-исследовательских задач в сфере науки и образования, самостоятельно осуществлять научное исследование	ПК-2.1. Демонстрирует знание особенностей проведения исследований в области математики и математического образования ПК-2.2. Решает исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов ПК-2.3. Разрабатывает алгоритм и способы достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста	Знать: основные идеи, принципы и методы современной алгебры, особенности проведения исследований в области математики и математического образования. Уметь: решать задачи современной алгебры, решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов. Владеть: методами современной алгебры, навыками разработки алгоритма и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста

3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Данная дисциплина (модуль) относится к Блоку 1.

Дисциплина (модуль) изучается на 1 курсе

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО	
Индекс	Б1.О.08
Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Данная учебная дисциплина является базовой и опирается на входные знания, умения и компетенции, полученные по «Алгебра», «Геометрия», «Математический анализ», «Математика» в объеме средней школы и программ бакалавриата	
Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Дисциплина «Современная алгебра» является самостоятельной дисциплиной, необходимой для последующего освоения других дисциплин вариативной части базового и профессионального циклов, а также для выполнения научно-исследовательской работы магистра	

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 4 ЗЕТ, 144 академических часа.

Объем дисциплины	Всего часов	
	для очной формы обучения	для заочной формы обучения
Общая трудоемкость дисциплины		144
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)		12
Аудиторная работа (всего):		12
в том числе:		
лекции		4
семинары, практические занятия		8
практикумы		
лабораторные работы		
Внеаудиторная работа:		
курсовые работы		
консультация перед экзаменом		
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), рефераты, контрольные работы и др.		
Самостоятельная работа обучающихся (всего)		124
Контроль самостоятельной работы		8
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)		экзамен

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Для очной формы

Обучение по очной форме в рамках данного направления подготовки отсутствует

Для заочной формы обучения

№ п/п	Курс/семестр	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			Планируемые результаты обучения	Формы текущего контроля	
				всего	Аудиторные уч. занятия				
					Лек	Пр			Лаб
		Раздел 1. Основные алгебраические структуры и их свойства							
1	1/1	Основные алгебраические структуры: полугруппа, моноид, группа, кольцо, поле, векторные пространства и модули. Отображения на алгебраических структурах и их свойства: гомоморфизмы, мономорфизмы, эпиморфизмы и изоморфизмы и их свойства. Ядро и образ морфизмов.	9	2		7	ПК-2	Вопросы и задания по теме	
2	1/1	Кольца и подкольца. Области целостности. Типы колец: коммутативные кольца, булевы кольца, кольцо формальных степенных рядов, кольцо формальных степенных рядов Лоренца. Единицы колец и делители нуля. Нильпотенты колец. Критерий подколец. Правые и левые идеалы колец. Идеалы колец. Операции над идеалами. Простые и максимальные идеалы колец и их свойства.	11	2		9	ПК-2	Вопросы и задания по теме	
3	1/1	Отношение эквивалентности и его свойства. Отношение сравнимости в кольце по модулю идеала. Фактор-группа и фактор-кольцо по идеалу в коммутативных кольцах. Теоремы об изоморфизме образа группы и кольца.	9			9	ПК-2	Вопросы и задания по теме	
4	1/1	Образующие кольца. Главные идеалы кольца. Кольцо главных идеалов. Евклидово кольцо. Ассоциированные, простые и неприводимые элементы кольца. Доказательство того, что в кольце главных идеалов простота и неприводимость элементов равносильны. Доказательство обры-	11	2		9	ПК-2	Вопросы и задания по теме	

		ва возрастающей цепочки идеалов в кольце главных идеалов. Представление каждого не единичного элемента в виде произведения неприводимых и его однозначность.							
5	1/1	Неприводимый многочлен над полем и его свойства. Теорема о кратности корней неприводимого многочлена. Минимальный аннулятор элемента, его степень и свойства этого многочлена.	9				9	ПК-2	Вопросы и задания по теме
		Раздел 2. Расширения полей. Их виды и свойства							
6	1/1	Расширение полей. Степень расширения. Закон башни. Гомоморфизм полей и его продолжение. Теорема Кронекера о корнях многочлена. Конечнопорожденное расширение поля. Простое расширение поля, примеры и его свойства. Занятие проводится в интерактивной форме - управляемая дискуссия.	11	2			9	ПК-2	Вопросы и задания по теме
7	1/1	Алгебраический и трансцендентный элементы поля. Алгебраическое и трансцендентное расширение поля. Теорема об алгебраичности конечного расширения поля. Теорема о простом алгебраическом расширении поля. F-гомоморфизмы полей и их свойства. Теорема об эндоморфизме поля. Занятие проводится в интерактивной форме - управляемая дискуссия.	9				9	ПК-2	Вопросы и задания по теме
8	1/1	Теорема о связи алгебраичности расширения и корня минимального аннулятора. Понятие алгебраически замкнутого поля. Алгебраическое замыкание поля. Теорема о существовании алгебраического замыкания поля. Лемма о продолжении гомоморфизма поля в алгебраически замкнутое поле. Теорема о существовании продолжении гомоморфизма с поля F в алгебраически замкнутое поле на его алгебраическое расширение K.	11		2		9	ПК-2	Вопросы и задания по теме
9	1/1	Поле разложения многочленов и его существование. Теорема о единственности поля разложения.	9				9	ПК-2	Вопросы и задания по теме
10	1/1	Нормальное расширение поля. Теорема о трех эквивалентных определениях нормальности расширения поля. Теорема о том, что всякое нормальное расширение поля есть поле разложения какого-то многочлена.	9				9	ПК-2	Вопросы и задания по теме
11	1/1	Простые поля. Характеристика кольца и поля. Сепарабельные и несепарабельные многочлены. Теорема о необходимом и достаточном условии несепарабельно-	9				9	ПК-2	Вопросы и задания по теме

		сти многочлена. Примеры сепарабельных и несепарабельных многочленов							
12	1/1	Раздел 3. Конечные поля. Их строение и свойства							
		Конечные поля. Их строение и свойства. Теорема о существовании поля из p^k – элементов для простого p и $k \in \mathbb{N}$. Лемма о числе корней сепарабельного многочлена в его поля разложения. Теорема о сепарабельности многочлена $f(x)=x^n-1$. Теорема о совпадении конечного поля с полем разложения многочлена $f(x) = x^{p^n} - x$.	9				9	ПК-2	Вопросы и задания по теме
13	1/1	Структура мультипликативной группы конечного поля, теорема о ее цикличности. Свойство сепарабельности неприводимых многочленов над конечными полями. Автоморфизмы Фробениуса конечных полей. Теорема о том, что группа автоморфизмов конечного поля есть циклическая группа и порождена автоморфизмом Фробениуса.	11		2		9	ПК-2	Вопросы и задания по теме
14	1/1	Сепарабельные расширения полей. Теорема о том, что любое конечное сепарабельное расширение является простым. Теорема о сохранении сепарабельности при конечных расширениях. Теорема о количестве продолжений гомоморфизмов. Совершенные поля. Необходимое и достаточное условие совершенности полей конечной характеристики.	9				9	ПК-2	Вопросы и задания по теме
		Контроль самостоятельной работы	8						
		ВСЕГО	136	4	8		124		

6. Образовательные технологии

При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения.

Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений и лидерских качеств при проведении учебных занятий.

Практические (семинарские занятия относятся к интерактивным методам обучения и обладают значительными преимуществами по сравнению с традиционными методами обучения, главным недостатком которых является известная изначальная пассивность субъекта и объекта обучения.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

Методические рекомендации по проведению различных видов практических (семинарских) занятий.

1. Обсуждение в группах

Групповое обсуждение какого-либо вопроса направлено на нахождение истины или достижение лучшего взаимопонимания, Групповые обсуждения способствуют лучшему усвоению изучаемого материала.

На первом этапе группового обсуждения перед обучающимися ставится проблема, выделяется определенное время, в течение которого обучающиеся должны подготовить аргументированный развернутый ответ.

Преподаватель может устанавливать определенные правила проведения группового обсуждения:

- задавать определенные рамки обсуждения (например, указать не менее 5... 10 ошибок);
- ввести алгоритм выработки общего мнения (решения);
- назначить модератора (ведущего), руководящего ходом группового обсуждения.

На втором этапе группового обсуждения вырабатывается групповое решение совместно с преподавателем (арбитром).

Разновидностью группового обсуждения является круглый стол, который проводится с целью поделиться проблемами, собственным видением вопроса, познакомиться с опытом, достижениями.

2. Публичная презентация проекта

Презентация – самый эффективный способ донесения важной информации как в разговоре «один на один», так и при публичных выступлениях. Слайд-презентации с использованием мультимедийного оборудования позволяют эффективно и наглядно представить содержание изучаемого материала, выделить и проиллюстрировать сообщение, которое несет поучительную информацию, показать ее ключевые содержательные пункты. Использование интерактивных элементов позволяет усилить эффективность публичных выступлений.

3. Дискуссия

Как интерактивный метод обучения означает исследование или разбор. Образовательной дискуссией называется целенаправленное, коллективное обсуждение конкретной

проблемы (ситуации), сопровождающейся обменом идеями, опытом, суждениями, мнениями в составе группы обучающихся.

Как правило, дискуссия обычно проходит три стадии: ориентация, оценка и консолидация. Последовательное рассмотрение каждой стадии позволяет выделить следующие их особенности.

Стадия ориентации предполагает адаптацию участников дискуссии к самой проблеме, друг другу, что позволяет сформулировать проблему, цели дискуссии; установить правила, регламент дискуссии.

В стадии оценки происходит выступление участников дискуссии, их ответы на возникающие вопросы, сбор максимального объема идей (знаний), предложений, пресечение преподавателем (арбитром) личных амбиций отклонений от темы дискуссии.

Стадия консолидации заключается в анализе результатов дискуссии, согласовании мнений и позиций, совместном формулировании решений и их принятии.

В зависимости от целей и задач занятия, возможно, использовать следующие виды дискуссий: классические дебаты, экспресс-дискуссия, текстовая дискуссия, проблемная дискуссия, ролевая (ситуационная) дискуссия.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций

Уровни сформированности компетенций	Индикаторы	Качественные критерии оценивание			
		2 балла	3 балла	4 балла	5 баллов
ПК-2					
Базовый	Знать: основные идеи, принципы и методы современной алгебры, особенности проведения исследований в области математики и математического образования	Не знает основные идеи, принципы и методы современной алгебры, особенности проведения исследований в области математики и математического образования	В основном знает основные идеи, принципы и методы современной алгебры, особенности проведения исследований в области математики и математического образования	Знает основные идеи, принципы и методы современной алгебры, особенности проведения исследований в области математики и математического образования	
	Уметь: решать задачи современной алгебры, решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов	Не умеет решать задачи современной алгебры, решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов	В основном умеет решать задачи современной алгебры, решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов	Умеет решать задачи современной алгебры, решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов	
	Владеть: методами решения задач современной алгебры, навыками разработки алгоритма и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального	Не владеет методами решения задач современной алгебры, навыками разработки алгоритма и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и лич-	В целом владеет методами решения задач современной алгебры, навыками разработки алгоритма и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и лич-	Владеет методами решения задач современной алгебры, навыками разработки алгоритма и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного ро-	

	и личностного роста	ностного роста	ностного роста	ста	
Повышенный	Знать: особенности проведения исследований в области математики и математического образования				Знает в полном объеме основные идеи, принципы и методы современной алгебры, особенности проведения исследований в области математики и математического образования
	Уметь: решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов				Умеет в полном объеме решать задачи современной алгебры, решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов
	Владеть: навыками разработки алгоритма и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста				Владеет в полном объеме методами решения задач современной алгебры, навыками разработки алгоритма и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста

7.2. Типовые контрольные задания или иные учебно-методические материалы, необходимые для оценивания степени сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

7.2.1. Типовые задания к контрольным работам

Контрольная работа № 1

- В множестве K , состоящем из 8 элементов: $1, -1, i, j, k, -i, -j, -k$, задано действие при помощи таблицы умножения:

1	-1	i	$-j$	j	$-k$
1	1	-1	$-i$	$-j$	$-k$
-1	1	i	$-i$	j	$-k$
i	1	$-i$	1	$-k$	j
$-i$	$-i$	1	k	$-k$	j
j	j	$-j$	k	-1	$-i$
$-j$	$-j$	$-k$	-1	i	$-i$
k	k	$-k$	j	$-i$	1
$-k$	$-k$	j	$-j$	$-i$	-1

- а) Доказать, что это множество является группой. Эта группа носит название группы кватернионов.
- б) Доказать, что она изоморфна $Q8$.
- в) Определить порядки всех элементов этой группы.
- г) Найти все подгруппы этой группы.
2. Шесть функций: $x \rightarrow x$; $x \rightarrow 1/(1-x)$; $x \rightarrow (x-1)/x$; $1/x$; $x/(x-1)$; $x \rightarrow 1-x$.
из множества M всех вещественных чисел, отличных от 0 и 1 образуют группу относительно операции композиции функций $fg(x)=g(f(x))$. Доказать, что она изоморфна S_3 (группа перестановок порядка 3).
3. Доказать, что конечная подгруппа мультипликативной группы любого поля – циклическая.
4. Описать подгруппу квадратов в поле из $2n$.
5. Пусть F поле из q элементов и n - некоторое натуральное число. Показать, что в $F[x]$ существуют неприводимые многочлены степени $deg = n$.

Контрольная работа № 2.

- Доказать, что если $(u, v)=1$, то $(u+v, u-v)=1$ либо $(u+v, u-v)=2$.
- Доказать, что $\sqrt[n]{m}$ число иррациональное, если m не является n -ой степенью натурального числа.
- Доказать, что 2 делится на $(1+i)^2$ в $Z[i]$.
- Для $\alpha = a + b\omega$ из $Z[\omega]$ определим $\lambda(\alpha) = a^2 - ab + b^2$. Показать, что α является единицей, тогда и только тогда, когда $\lambda(\alpha) = 1$.
- Определим $Z[\sqrt{-2}]$ как множество комплексных чисел вида $a+b\sqrt{-2}$, где a, b - целые числа. Показать, что $Z[\sqrt{-2}]$ - евклидово кольцо.

Критерии оценивания:

- оценка «отлично» выставляется, если безошибочно выполнены все задания;
- оценка «хорошо» выставляется, если выполнены все задания, но допущены ошибки, не влияющие на ход и смысл их решения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если выполнено правильно хотя бы одно задание работы;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполнено правильно ни одного задания.

7.2.2. Примерные вопросы к итоговой аттестации (экзамен)

- Основные алгебраические структуры: полугруппа, моноид, группа, кольцо, поле, векторные пространства и модули.
- Отображения на алгебраических структурах и их свойства: гомоморфизмы, мономорфизмы, эпиморфизмы и изоморфизмы и их свойства.
- Ядро и образ морфизмов. Кольца и подкольца. Области целостности.
- Типы колец: коммутативные кольца, булевы кольца, кольцо формальных степенных рядов, кольцо формальных степенных рядов Лоренца.
- Единицы колец и делители нуля. Нильпотенты колец. Критерий подколец.
- Правые и левые идеалы колец. Идеалы колец. Операции над идеалами. Простые и максимальные идеалы колец и их свойства.
- Отношение эквивалентности и его свойства. Отношение сравнимости в кольце по модулю идеала.

8. Фактор-группа и фактор-кольцо по идеалу в коммутативных кольцах. Теоремы об изоморфизме образа группы и кольца.
9. Образующие кольца. Главные идеалы кольца. Кольцо главных идеалов. Евклидово кольцо. Ассоциированные, простые и неприводимые элементы кольца.
10. Доказательство того, что в кольце главных идеалов простота и неприводимость элементов равносильны.
11. Доказательство обрыва возрастающей цепочки идеалов в кольце главных идеалов. Представление каждого не единичного элемента в виде произведения неприводимых и его однозначность.
12. Неприводимый многочлен над полем и его свойства. Теорема о кратности корней неприводимого многочлена. Минимальный аннулятор элемента, его степень и свойства этого многочлена.
13. Расширение полей. Степень расширения. Закон башни. Гомоморфизм полей и его продолжение.
14. Теорема Кронекера о корнях многочлена. Конечнопорожденное расширение поля.
15. Простое расширение поля, примеры и его свойства.
16. Алгебраический и трансцендентный элементы поля. Алгебраическое и трансцендентное расширение поля. Теорема об алгебраичности конечного расширения поля.
17. Теорема о простом алгебраическом расширении поля. F -гомоморфизмы полей и их свойства.
18. Теорема об эндоморфизме поля.
19. Теорема о связи алгебраичности расширения и корня минимального аннулятора.
20. Понятие алгебраически замкнутого поля. Алгебраическое замыкание поля. Теорема о существовании алгебраического замыкания поля.
21. Лемма о продолжении гомоморфизма поля в алгебраически замкнутое поле.
22. Теорема о существовании продолжении гомоморфизма с поля F в алгебраически замкнутое поле на его алгебраическое расширение K .
23. Поле разложения многочленов и его существование. Теорема о единственности поля разложения.
24. Нормальное расширение поля. Теорема о трех эквивалентных определениях нормальности расширения поля.
25. Теорема о том, что всякое нормальное расширение поля есть поле разложения какого-то многочлена.
26. Простые поля. Характеристика кольца и поля.
27. Сепарабельные и несепарабельные многочлены. Теорема о необходимом и достаточном условии несепарабельности многочлена. Примеры сепарабельных и несепарабельных многочленов.
28. Конечные поля. Их строение и свойства. Теорема о существовании поля из p^k – элементов для простого p и $k \in \mathbb{N}$.
29. Лемма о числе корней сепарабельного многочлена в его поля разложения. Теорема о сепарабельности многочлена $f(x)=x^n - 1$.
30. Теорема о совпадении конечного поля с полем разложения многочлена $f(x) = x^{p^n} - x$
31. Структура мультипликативной группы конечного поля, теорема о ее цикличности. Свойство сепарабельности неприводимых многочленов над конечными полями.
32. Автоморфизмы Фробениуса конечных полей. Теорема о том, что группа автоморфизмов конечного поля есть циклическая группа и порождена автоморфизмом Фробениуса.

33. Сепарабельные расширения полей. Теорема о том, что любое конечное сепарабельное расширение является простым.
34. Теорема о сохранении сепарабельности при конечных расширениях.
35. Теорема о количестве продолжений гомоморфизмов.
36. Совершенные поля. Необходимое и достаточное условие совершенности полей конечной характеристики.

7.2.3. Комплект тестов для проверки знаний обучающихся

Задание 1. (ПК-2)

Последовательность алгебраических систем, расположенных в порядке увеличения предъявляемых к ним требований

- 1: полугруппа
- 2: моноид
- 3: группа
- 4: абелева группа

Задание 2. (ПК-2)

Алгебра $\langle R^+, \cdot, ^{-1} \rangle$ является

- группой
- полугруппой
- полем
- кольцом

Задание 3. (ПК-2)

Отображение множества R^+ с операцией умножения на множество R с операцией сложения по правилу

$\varphi(a) = \lg a$ является

- взаимно-однозначным
- гомоморфным
- изоморфным
- тождественным

Задание 4. (ПК-2)

Числа вида $a + b\sqrt{3}$, где a и b – рациональные числа относительно обычных операций "+" и "." образуют :

- группу
- поле
- кольцо
- полугруппу

Задание 5. (ПК-2)

Взаимно-однозначное соответствие между элементами алгебраических систем, сохраняющее определенные в них операции, называется ...

Правильные варианты ответа: изоморфизмом; изоморфизм;

Задание 6. (ПК-2)

Кольцо, изоморфное полю, является ...

Правильные варианты ответа: полем;

Задание 7. (ПК-2)

Область целостности не имеет ...

Правильные варианты ответа: делителей нуля;

Задание 8. (ПК-2)

Кольцо K , являющееся расширением множества M с двумя алгебраическими операциями, не имеющее отличного от себя подкольца, содержащего множество M , называется ...кольцом, содержащим множество M

Правильные варианты ответа: минимальным;

Задание 9. (ПК-2)

Любое непустое множество целых чисел, ограниченное снизу, имеет ... элемент.

Правильные варианты ответа: наименьший;

Задание 10. (ПК-2)

Отображение множества целых чисел на множество $\{-1, 1\}$ по правилу: каждое четное число отображается в 1, а нечетное число отображается в -1 является

- гомоморфным
- изоморфным
- взаимно-однозначным
- тождественным

Задание 11. (ПК-2)

Система целых чисел образует

- область целостности
- кольцо
- поле
- упорядоченное кольцо
- упорядоченное поле

Задание 12. (ПК-2)

Если множество M с двумя алгебраическими операциями (сложением и умножением) содержится в кольце K относительно этих же операций, то кольцо K называется ... множества M .

Правильные варианты ответа: расширением; расширение;

Задание 13. (ПК-2)

Минимальное поле, содержащее кольцо целых чисел, является системой ... чисел.

Правильные варианты ответа: рациональных;

Задание 14. (ПК-2)

Любое числовое поле содержит поле ... чисел

Правильные варианты ответа: рациональных;

Задание 15. (ПК-2)

Алгебра $\langle Z[2], +, -, \cdot, 1 \rangle, z \in Z[2] = \{m + n\sqrt{2} \mid m, n \in Z\}$

является

- полукольцом
- кольцом
- коммутативным кольцом
- полем

Задание 16. (ПК-2)

Соответствие между числовыми множествами и алгебраическими структурами, которые они образуют вместе с обычными операциями сложения и умножения их элементов.

множество натуральных чисел	полукольцо
множество целых чисел	кольцо
множество рациональных чисел	поле
множество действительных чисел	поле
множество комплексных чисел	поле
множество кватернионов	тело

Задание 17. (ПК-2)

На множестве натуральных чисел определена структура

- мультипликативного моноида
- мультипликативной группы
- аддитивного моноида
- аддитивной группы

Задание 18. (ПК-2)

Система натуральных чисел является

- упорядоченным полукольцом
- упорядоченным кольцом
- полукольцом
- кольцом

Задание 19 (ПК-2)

Пусть A и B - конечные множества, состоящие из m и n элементов, соответственно.

Тогда число инъективных отображений A в B равно

- $n(n-1)\dots(n-m+1)$
- n^m
- m^n
- $m \cdot n$

Задание 20. (ПК-2)

Пусть A и B - конечные множества, состоящие из m и n элементов, соответственно. Тогда число всевозможных отображений множества A в B равно

- $m \cdot n$
- m^n
- n^m
- $n(n-1)\dots(n-m+1)$

Задание 21. (ПК-2)

В системе $\langle N, +, ;, 1 \rangle$ существует

бесконечно много подполугрупп, изоморфных

полугруппе $\langle N, + \rangle$ натуральных чисел

- только одна подполугруппа, изоморфная полугруппе $\langle N, + \rangle$ натуральных чисел*
- только одно подполукольцо, изоморфное полукольцу $\langle N, +, \cdot \rangle$ натуральных чисел*
- бесконечно много подполуколец, изоморфных полукольцу $\langle N, +, \cdot \rangle$ натуральных чисел*

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература:

1. Кондратьев, Г. В. Геометрическая алгебра Клиффорда: монография / Г.В. Кондратьев. — Москва: ИНФРА-М, 2022. — 217 с. — (Научная мысль). — DOI 10.12737/1832489. - ISBN 978-5-16-017235-4. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1832489> (дата обращения: 25.09.2021). – Режим доступа: по подписке.
2. Численные методы линейной алгебры: учебное пособие. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Магистр, 2021. — 528 с. - ISBN 978-5-16-109374-0. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1238539> (дата обращения: 25.09.2021). – Режим доступа: по подписке.
3. Шевцов, Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 544 с. - ISBN 978-5-9776-0258-7. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1015326> (дата обращения: 25.09.2021). – Режим доступа: по подписке.
4. Юдович В.И. Математические модели естественных наук. Издательство: "Лань", ISBN: 978-5-8114-1118-4, 2011, 336 стр. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=689

8.2. Дополнительная литература

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры.- М.:МЦНМО, 2011 // biblioclub.ru
2. Ильин В.А. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры: учебник М.: Физмалит, 2011, // biblioclub.ru
3. Кочетова Ю.В. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы: курс лекций. - М.: Прометей, 3013-80 с. // biblioclub.ru

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	Написание конспекта лекций: краткое, схематичное, последовательное фиксирование основных положений, выводов, формулировок, обобщений; выделение ключевых слов, терминов. Проверка терминов, понятий с помощью справочников с выписыванием в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, вызывающего трудности. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии. Уделить внимание следующим понятиям (<i>перечисление понятий</i>) и др.
Практические занятия	Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом (<i>указать текст из источника и др.</i>). Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, решение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму и др.
Контрольная работа/ индивидуальные задания	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих для запоминания и являющихся основополагающими в этой теме. Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и др.

Коллоквиум	Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам и др.
Подготовка к экзамену	При подготовке к экзамену (зачету) необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Современная алгебра» предполагает более глубокую проработку ими отдельных тем курса, определенных программой. Основными видами и формами самостоятельной работы студентов по данной дисциплине являются:

- подготовка докладов к практическим занятиям;
- самоподготовка по вопросам;
- подготовка к экзамену.

Важной частью самостоятельной работы является изучение учебной литературы. Основная функция учебников - ориентировать магистранта в системе тех знаний, умений и навыков, которые должны быть усвоены по данной дисциплине будущими специалистами. В процессе изучения данной дисциплины учитывается посещаемость лекций, оценивается активность студентов на практических занятиях, а также качество и своевременность подготовки теоретических материалов, докладов. По окончании изучения дисциплины проводится экзамен по предложенным вопросам и заданиям.

Вопросы, выносимые на экзамен, должны служить постоянными ориентирами при организации самостоятельной работы студента. Таким образом, усвоение учебного предмета в процессе самостоятельного изучения учебной и научной литературы является и подготовкой к экзамену, а сам экзамен становится формой проверки качества всего процесса учебной деятельности магистранта.

Магистрант, показавший высокий уровень владения знаниями, умениями и навыками по предложенному вопросу, считается успешно освоившим учебный курс. В случае большого количества затруднений при раскрытии предложенного на экзамене вопроса магистранту предлагается повторная сдача в установленном порядке.

Для успешного овладения курсом необходимо выполнять следующие требования:

- 1) посещать все занятия, т.к. весь тематический материал взаимосвязан между собой и теоретического овладения пропущенного недостаточно для качественного усвоения;
- 2) все рассматриваемые на практических занятиях темы обязательно конспектировать в отдельную тетрадь и сохранять её до окончания обучения в вузе;
- 3) обязательно выполнять все домашние задания;
- 4) проявлять активность на занятиях и при подготовке, т.к. конечный результат овладения содержанием дисциплины необходим, в первую очередь, самому магистранту;
- 5) в случаях пропуска занятий, по каким-либо причинам, обязательно «отрабатывать» пропущенное занятие преподавателю во время индивидуальных консультаций.

9.1. Методические рекомендации по освоению лекционного материала, подготовке к лекциям

Лекция - ведущая форма организации учебного процесса в вузе. Половину аудиторных занятий по курсу «Современная алгебра» составляют лекции, поэтому умение работать на них - насущная необходимость магистранта. Принято выделять три этапа этой работы. Первый - предварительная подготовка к восприятию, в которую входит просмотр записей предыдущей лекции, ознакомление с соответствующим разделом программы и предварительный просмотр учебника по теме предстоящей лекции, создание целевой установки на прослушивание.

Второй - прослушивание и запись, предполагающие внимательное слушание, анализ излагаемого, выделение главного, соотношение с ранее изученным материалом и личным опытом, краткую запись, уточнение непонятного или противоречиво изложенного материала путем вопросов лектору. Запись следует делать либо на отдельных пронумерованных листах, либо в тетради. Обязательно надо оставлять поля для методических пометок, дополнений. Пункты планов, формулировки правил, понятий следует вы-

делять из общего текста. Целесообразно пользоваться системой сокращений наиболее часто употребляемых терминов, а также использовать цветовую разметку записанного при помощи фломастеров.

Третий - доработка лекции: перечитывание и правка записей, параллельное изучение учебника, дополнение выписками из рекомендованной литературы, заучивание основных определений, теорем и их доказательств.

9.2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Целями освоения дисциплины (модуля) «Современная алгебра» являются вооружение студентов знанием актуальные проблем алгебры.

При подготовке магистрантов к практическим занятиям по курсу необходимо не только знакомить студентов с теориями и методами практики, но и стремиться отрабатывать на практике необходимые навыки и умения.

Практическое занятие - это активная форма учебного процесса в вузе, направленная на умение магистрантов переработать учебный текст, обобщить материал, развить критичность мышления, отработать практические навыки в решении задач.

В рамках курса «Современная алгебра» практические занятия включают разбор отдельных вопросов, теорем и их доказательств, решение задач.

10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

10.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

<http://kchgu.ru> - адрес официального сайта университета

<https://do.kchgu.ru> - электронная информационно-образовательная среда КЧГУ

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2023 / 2024 учебный год	Договор № 915 ЭБС ООО «Знаниум» от 12.05.2023г.	Действует до 15.05.2024 г.
	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № СЭБ НВ-294 от 1 декабря 2020 года.	Бессрочный
2023 / 2024 учебный год	Электронная библиотека КЧГУ (Э.Б.). Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1). Электронный адрес: https://kchgu.ru/biblioteka-kchgu/	Бессрочный
2023 / 2024 учебный год	Электронно-библиотечные системы: Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU» - https://www.elibrary.ru . Лицензионное соглашение №15646 от 01.08.2014г. Бесплатно. Национальная электронная библиотека (НЭБ) – https://rusneb.ru . Договор №101/НЭБ/1391 от 22.03.2016г. Бесплатно. Электронный ресурс «Polred.com Обзор СМИ» – https://polpred.com . Соглашение. Бесплатно.	Бессрочно

10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

1) 369200, Карачаево-Черкесская республика, г. Карачаевск, ул. Ленина, 29. Учебный корпус № 2, ауд. 13.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для проведения конференций

Специализированная мебель: столы ученические, стулья, стол преподавателя, доска меловая.

Технические средства обучения: ноутбук с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета, телевизор, переносной проектор.

2) 369200, Карачаево-Черкесская республика, г. Карачаевск, ул. Ленина, 29. Учебный корпус № 2, ауд. 13а.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации

Специализированная мебель: столы ученические, стулья, стол преподавателя, доска меловая.

Технические средства обучения: ноутбук с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета, переносной проектор.

10.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.

1. ABBY FineReader (лицензия №FCRP-1100-1002-3937), бессрочная.
2. Calculate Linux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная.
3. Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная.
4. Антивирус Касперского. Действует до 03.03.2025г. (Договор № 56/2023 от 25 января 2023г.)
5. Microsoft Office (лицензия №60127446), бессрочная.
6. Microsoft Windows (лицензия №60290784), бессрочная.

10.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Современные профессиональные базы данных

1. Федеральный портал «Российское образование»- <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevir
<http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.

Информационные справочные системы

1. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
2. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
3. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.

4. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window/edu.ru>.
5. Информационная система «Информо».

11. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

В группах, в состав которых входят студенты с ОВЗ, в процессе проведения учебных занятий создается гибкая, вариативная организационно-методическая система обучения, адекватная образовательным потребностям данной категории обучающихся, которая позволяет не только обеспечить преемственность систем общего (инклюзивного) и высшего образования, но и будет способствовать формированию у них компетенций, предусмотренных ФГОС ВО, ускорит темпы профессионального становления, а также будет способствовать их социальной адаптации.

В процессе преподавания учебной дисциплины создается на каждом занятии толерантная социокультурная среда, необходимая для формирования у всех обучающихся гражданской, правовой и профессиональной позиции соучастия, готовности к полноценному общению, сотрудничеству, способности толерантно воспринимать социальные, личностные и культурные различия, в том числе и характерные для обучающихся с ОВЗ.

Посредством совместной, индивидуальной и групповой работы формируется у всех обучающихся активная жизненная позиция и развитие способности жить в мире разных людей и идей, а также обеспечивается соблюдение обучающимися их прав и свобод и признание права другого человека, в том числе и обучающихся с ОВЗ на такие же права.

В группах, в состав которых входят обучающиеся с ОВЗ, в процессе учебных занятий используются технологии, направленные на диагностику уровня и темпов профессионального становления обучающихся с ОВЗ, а также технологии мониторинга степени успешности формирования у них компетенций, предусмотренных ФГОС ВО при изучении данной учебной дисциплины, используя с этой целью специальные оценочные материалы и формы проведения промежуточной и итоговой аттестации, специальные технические средства, предоставляя обучающимся с ОВЗ дополнительное время для подготовки ответов, привлекая тьютеров).

Материально-техническая база для реализации программы:

1. Мультимедийные средства:

- интерактивные доски «Smart Board», «Toshiba»;
- экраны проекционные на штативе 280*120;
- мультимедиа-проекторы Epson, Benq, Mitsubishi, Aser;

2. Презентационное оборудование:

- радиосистемы AKG, Shure, Quik;
- видеоконфликты Microsoft, Logitech;
- микрофоны беспроводные;
- класс компьютерный мультимедийный на 21 мест;
- ноутбуки Aser, Toshiba, Asus, HP;

Наличие компьютерной техники и специального программного обеспечения: имеются рабочие места, оборудованные рельефно-точечными клавиатурами (шрифт Брайля), программное обеспечение NVDA с функцией синтезатора речи, видеувеличителем, клавиатурой для лиц с ДЦП, роллером Распределение специализированного оборудования.

12. Лист регистрации изменений

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета факультета/института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОП ВО	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОП ВО	Дата введения изменений
Обновлены договоры на предоставление доступа к электронно-библиотечным системам: Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 5184 ЭБС от 25.03.2021г. (срок действия с 30.03.2021 по 30.03.2022г.), Электронно-библиотечная система «Лань». Договор №СЭБ НВ-294 от 01.12.2020г. Бессрочный.			
Переутверждена ОП ВО. Обновлены РПД, РПП, программы ГИА, календарный график учебного процесса. Обновлены договоры: 1. Антивирус Касперского. Действует до 03.03.2025г. (Договор № 56/2023 от 25 января 2023г.). 2. Договор № 915 ЭБС ООО «Знаниум» от 12.05.2023г. Действует до 15.05.2024г.)		29.06.2023 г., протокол № 8	

Решение кафедры: рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры: алгебры и геометрии на 2023-2024 уч. год. Протокол № 10 от 30.06.2023 г.

Зав. каф. Гербеков Х.А.



30.06.2023 г.